ISSN 1810-0198. Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки
Том 23, № 124 2018

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-805-812
УДК 517.911, 517.968

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ С МНОГОЗНАЧНЫМИ ИМПУЛЬСНЫМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ

© **О. В. Филиппова**[1), **А. И Шиндяпин**[2)

[1) ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина»
392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Интернациональная, 33
E-mail: philippova.olga@rambler.ru
[2) Университет имени Эдуардо Мондлане
3453, Мозамбик, г. Мапуто, ул. Джулиуса Нейрере
E-mail: andrei.olga@tvcabo.co.mz

Аннотация. Исследуется функционально-дифференциальное включение с вольтерровым многозначным отображением. Предполагается, что в заданные моменты времени решение терпит разрыв, величина которого принадлежит значению заданного многозначного отображения. Получены оценки отклонения в пространстве кусочно-непрерывных функций множества решений задачи Коши от заданной функции. Получены условия непрерывной зависимости от начальных условий множества решений.
Ключевые слова: функционально-дифференциальное включение; задача Коши; многозначные импульсные воздействия; априорная ограниченность

Введение

В работе исследуется функционально-дифференциальное включение с многозначными импульсными воздействиями. Показано, что если множество всех локальных решений задачи Коши для такого включения априорно ограничено, то множество решений этой задачи почти реализует расстояние в пространстве суммируемых функций от любой суммируемой функции до своих значений. На основе этого утверждения получены эффективные оценки решений задачи Коши. Изучен вопрос о непрерывной зависимости множества решений задачи Коши от начальных условий.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-31-00227; № 17-41-680975р_а; № 16-01-00677А).

1. Основные понятия

Обозначим через $\mathbb{R}^n$ n-мерное пространство вектор-столбцов с евклидовой нормой $|\cdot|$ и $\operatorname{comp}[\mathbb{R}^n]$ — множество его непустых компактных подмножеств; $\rho_{\mathbf{X}}[x;U]$ – расстояние от точки $x \in \mathbf{X}$ до множества $U \subset \mathbf{X}$ в метрическом пространстве $\mathbf{X}$; $h^+_{\mathbf{X}}[U_1;U] \equiv \sup\limits_{x\in U_1} \rho_{\mathbf{X}}[x,U]$ – полуотклонение по Хаусдорфу множества $U_1 \subset \mathbf{X}$ от множества U в пространстве X; $h_X[U_1;U] = \max\{h^+_X[U_1;U]; h^+_X[U;U_1]\}$ – расстояние по Хаусдорфу между множествами U_1 и U в пространстве $\mathbf{X}$; $B_{\mathbf{X}}(x,\delta)$ – открытый шар с центром в точке $x \in \mathbf{X}$ радиусом $\delta > 0$. Для измеримого по Лебегу множества $\mathcal{U}$, мера которого $\mu(\mathcal{U}) < \infty$, обозначаем $\mathbf{L}^n(\mathcal{U})$ – пространство суммируемых по Лебегу функций $x : \mathcal{U} \to \mathbb{R}^n$ с нормой $\|x\|_{\mathbf{L}^n(\mathcal{U})} = \int\limits_{\mathcal{U}} |x(s)|ds$; $\mathbf{L}^1_+(\mathcal{U})$ – конус неотрицательных функций пространства $\mathbf{L}^1(\mathcal{U})$; $Q(\mathbf{L}^n(\mathcal{U}))$ – множество всех непустых замкнутых и ограниченных суммируемыми функциями подмножеств пространства $\mathbf{L}^n(\mathcal{U})$.

Пусть $t_k \in [a,b]$, $k = 1,2,\ldots,m$, $(a < t_1 < \ldots < t_m < b)$ – конечный набор точек. Обозначим через $\widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$ пространство всех непрерывных на каждом из промежутков $[a,t_1]$, $(t_1,t_2]$, $\ldots$, $(t_m,b]$ функций $x : [a,b] \to \mathbb{R}^n$, имеющих пределы справа в точках t_k, $k = 1,2,\ldots,m$, с нормой $\|x\|_{\widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]} = \sup\{|x(t)| : t \in [a,b]\}$; $\widetilde{\mathbf{C}}^1_+[a,b]$ – конус неотрицательных функций пространства $\widetilde{\mathbf{C}}^1[a,b]$.

Пусть заданы непрерывные по Хаусдорфу отображения $\Phi : \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b] \to Q(\mathbf{L}^n[a,b])$, $I_k : \mathbb{R}^n \to \operatorname{comp}[\mathbb{R}^n]$, $k = 1,2,...m$, и вектор $x \in \mathbb{R}^n$. Будем предполагать, что отображение Φ вольтеррово. Рассмотрим следующую задачу Коши для функционально-дифференциального включения с многозначными импульсными воздействиями:

$$\dot{x} \in \Phi(x), \tag{1.1}$$

$$x(t_k + 0) - x(t_k) \in I_k(x(t_k)),\ k = 1,\ldots,m, \tag{1.2}$$

$$x(a) = x_0. \tag{1.3}$$

О п р е д е л е н и е 1.1. Под *решением задачи* (1.1)–(1.3) будем понимать функцию $x \in \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$, для которой существуют такие $\Delta_k \in I_k(x(t_k))$, $k = 1,2,...,m$, и $q \in \Phi(x)$, что при всех $t \in [a,b]$ имеет место представление

$$x(t) = x_0 + \int\limits_a^t q(s)ds + \sum_{k=1}^m \chi_{(t_k,b]}(t)\Delta_k, \quad t \in [a,b] \tag{1.4}$$

(здесь символом $\chi_{(t_k,b]}$ обозначена характеристическая функция интервала $(t_k,b]$).

Пусть $\tau \in (a,b]$. Определим линейный ограниченный оператор

$$V_\tau : \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,\tau] \to \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b], \quad (V_\tau x)(t) = \begin{cases} x(t), & \text{если} \quad t \in [a,\tau]; \\ x(\tau), & \text{если} \quad t \in (\tau,b]. \end{cases}$$

Обозначим $N_\tau = \{k : t_k \in [a,\tau]\}$.

О п р е д е л е н и е 1.2. Будем говорить, что функция $x \in \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,\tau]$ является *решением задачи* (1.1)–(1.3) *на отрезке* $[a,\tau]$, $\tau \in (a,b]$, если существуют такие $\Delta_k \in I_k(x(t_k))$, $k \in N_\tau$, и $q \in (\Phi(V_\tau x))|_\tau$, что функция x представима в виде

$$x(t) = x_0 + \int\limits_a^t q(s)ds + \sum_{k \in N_\tau} \chi_{(t_k,b]}(t)\Delta_k, \quad t \in [a,\tau].$$

Множество всех решений на $[a,\tau]$ обозначим $H(x_0,\tau)$, а $(H(x_0,b))|_\tau$ – множество сужений на $[a,\tau]$ всех функций из $H(x_0,b)$.

О п р е д е л е н и е 1.3. Будем говорить, что множество решений задачи (1.1)–(1.3) *априорно ограничено*, если найдется такое $r > 0$, что для любого $\tau \in (a,b]$ не существует решения x этой задачи на $[a,\tau]$ такого, что $||y||_{\widetilde{\mathbf{C}}^n[a,\tau]} > r$.

З а м е ч а н и е 1.1. Если для заданного $x_0 \in \mathbb{R}^n$ множество решений задачи (1.1)–(1.3) априорно ограничено, то оно будет априорно ограничено при всех начальных значениях из некоторой окрестности точки x_0.

В [1–6] для случая выпуклого по переключению многозначного отображения Φ доказано, что если множество решений задачи (1.1)–(1.3) априорно ограничено, то $H(x_0,b) \neq \varnothing$ и существует такой выпуклый компакт $K \subset \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$, что справедливо $H(x_0,b) \subset K$, и для любого $\tau \in (a,b)$ выполнено $H(x_0,\tau) = (H(x_0,b))|_\tau$.

О п р е д е л е н и е 1.4. Будем говорить, что множество решений задачи (1.1)–(1.3) *почти реализует расстояние до произвольной суммируемой функции*, если для любого $v \in \mathbf{L}^n[a,b]$ и любого $\varepsilon > 0$ существует такое решение $x \in \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$ задачи (1.1)–(1.3), что для любого измеримого множества $\mathcal{U} \subset [a,b]$ выполняется неравенство

$$\|q - v\|_{\mathbf{L}^n(\mathcal{U})} \leqslant \rho_{\mathbf{L}^n(\mathcal{U})}[v, \Phi(x)] + \varepsilon\mu(\mathcal{U}), \tag{1.5}$$

где функция $q \in \Phi(x)$ удовлетворяет равенству (1.4).

В [1–6] показано, что при условиях выпуклости по переключению отображения Φ и априорной ограниченности множества всех локальных решений задачи (1.1)–(1.3), множество ее решений почти реализует расстояние до произвольной суммируемой функции.

О п р е д е л е н и е 1.5. Будем говорить, что многозначные импульсные воздействия – отображения $I_k : \mathbb{R}^n \to \operatorname{comp}[\mathbb{R}^n]$, $k = 1,2,...,m$, *обладают свойством* $\mathcal{A}$, если для каждого $k = 1,2,...,m$ найдется непрерывная неубывающая функция $\widetilde{I}_k : \mathbb{R}^1_+ \to \mathbb{R}^n$, удовлетворяющая соотношениям

$$\widetilde{I}_k(0) = 0, \quad h[I_k(x); I_k(y)] \leq \widetilde{I}_k(|x-y|).$$

Определим отображение $Z : \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b] \to \widetilde{\mathbf{C}}^1_+[a,b]$ равенством $(Zx)(t) = |x(t)|$. Пусть заданы функция $u \in \mathbf{L}^n[a,b]$ и числа $\varepsilon, \nu \geqslant 0$.

О п р е д е л е н и е 1.6. Будем говорить, что отображения $\Phi : \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b] \to Q(\mathbf{L}^n[a,b])$ и $I_k : \mathbb{R}^n \to \operatorname{comp}[\mathbb{R}^n]$, $k = 1, 2, ..., m$, *обладают свойством* $(\Gamma^{u,\varepsilon,\nu}, \widetilde{I}_k, k = 1, 2, ..., m)$, если отображения I_k обладают свойством $\mathcal{A}$, и если найдется такой изотонный непрерывный вольтерров оператор $\Gamma : \widetilde{\mathbf{C}}^1_+[a,b] \to \mathbf{L}^1_+[a,b]$, удовлетворяющий условию $\Gamma(0) = 0$, что для любых функций $x, y \in \widetilde{\mathbf{C}}^n[a,b]$ и любого измеримого множества $\mathcal{U} \subset [a,b]$ выполняется неравенство

$$h_{\mathbf{L}^n(\mathcal{U})}[\Phi(x); \Phi(y)] \leqslant \|\Gamma(Z(x-y))\|_{\mathbf{L}^1(\mathcal{U})},$$

а множество всех локальных решений задачи

$$\dot{z} = u + \varepsilon + \Gamma(z), \quad z(t_k + 0) - z(t_k) = \widetilde{I}_k(z(t_k)), \quad k = 1, 2, ..., m, \quad z(a) = \nu \tag{1.6}$$

априорно ограничено.

2. Основные результаты

Следующая теорема позволяет получить оценки нормы разности решения задачи (1.1)–(1.3) и заданной кусочно-непрерывной функции.

Теорема 2.1. *Пусть для функции* $y \in \widetilde{\boldsymbol{C}}^n[a,b]$ *существуют такие* $\Delta_k \in I_k(y(t_k))$, $k = 1, 2, ..., m$, $\widetilde{q} \in \boldsymbol{L}^n[a,b]$ *и* $\varkappa \in \boldsymbol{L}^1_+[a,b]$, *что имеет место представление*

$$y(t) = y(a) + \int_a^t \widetilde{q}(s)ds + \sum_{k=1}^m \chi_{(t_k,b]}(t)\Delta_k, \quad t \in [a,b],$$

и для каждого измеримого множества $\mathcal{U} \subset [a,b]$ *справедливо неравенство*

$$\rho_{\boldsymbol{L}^n(\mathcal{U})}[\widetilde{q}; \Phi(y)] \leqslant \int_{\mathcal{U}} \varkappa(s)ds.$$

Далее, пусть существует такое $\varepsilon > 0$, *что отображения* $\Phi : \widetilde{\boldsymbol{C}}^n[a,b] \to Q(\mathbf{L}^n[a,b])$ *и* $I_k : \mathbb{R}^n \to \operatorname{comp}[\mathbb{R}^n]$, $k = 1, 2, ..., m$, *обладают свойством* $(\Gamma^{u,\varepsilon,\nu}, \widetilde{I}_k, k = 1, 2, ..., m)$ *при значениях* $u = \varkappa$, $\nu = |x_0 - y(a)|$. *Тогда для любого решения* $x \in \widetilde{\boldsymbol{C}}^n[a,b]$ *задачи* (1.1)–(1.3), *удовлетворяющего для любого измеримого множества* $\mathcal{U} \subset [a,b]$ *неравенству* (1.5) *с функцией* $v = \widetilde{q}$, *имеет место оценка*

$$|x(t) - y(t)| \leqslant \xi(t), \quad t \in [a,b],$$

и почти всюду на $[a,b]$ *справедливо неравенство*

$$|q(t) - \widetilde{q}(t)| \leqslant \varkappa(t) + \varepsilon + (\Gamma(\xi))(t),$$

где $\xi \in \widetilde{\boldsymbol{C}}^n[a,b]-$ *верхнее решение задачи* (1.6).

З а м е ч а н и е 2.2. Теорема 2.1 не устанавливает факт существования решения, удовлетворяющего оценке (1.5). Условия существования такого решения получены в теоремах 1–3 (см. [1–6]).

Впервые вопрос об оценке нормы разности решения задачи Коши обыкновенного дифференциального включения с выпуклой правой частью и заданной абсолютно непрерывной функцией был исследован А. Плисом (см. [7]). Решение этой задачи для обыкновенного дифференциального включения с невыпуклой правой частью, удовлетворяющей условию Липшица по второму аргументу, получено А.Ф. Филипповым (см. [8]). Впоследствии установлению более общих оценок были посвящены работы А.А. Толстоногова, П.И. Чугунова, В.И. Благодатских, Е.С. Половинкина, В.В. Обуховского и других авторов (см. [9]).

Теорема 2.1 позволяет получить следующее утверждение о непрерывной зависимости от начальных условий множества решений задачи Коши для функционально-дифференциального включения с многозначными импульсными воздействиями.

Теорема 2.2. *Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда при некотором* $\delta > 0$ *для любой последовательности* $\alpha^i \in B_{\mathbb{R}^n}(x_0, \delta)$, $i = 1, 2, \ldots,$ *сходящейся (при* $i \to \infty$*) в* $\mathbb{R}^n$ *к* x_0, *выполняется:*

1) для любого $\widetilde{y} \in H(x_0, b)$ *найдется такая последовательность* $y_i \in H(\alpha^i, b)$, $i = 1, 2, \ldots,$ *что* $y_i \to \widetilde{y}$ *в пространстве* $\widetilde{\mathbf{C}}^n[a, b]$ *при* $i \to \infty$*;*

2) для любой последовательности $y_i \in H(\alpha^i, b)$, $i = 1, 2, \ldots,$ *имеющей при* $i \to \infty$ *предел* $\widehat{y}$ *в пространстве* $\widetilde{\mathbf{C}}^n[a, b]$, *найдется такая последовательность* $\widehat{y}_i \in H(x_0, b)$, $i = 1, 2, \ldots,$ *что* $\widehat{y}_i \to \widehat{y}$ *в пространстве* $\widetilde{\mathbf{C}}^n[a, b]$ *при* $i \to \infty$.

Для обыкновенных дифференциальных и функционально-дифференциальных уравнений условия непрерывной зависимости решений от начальных условий и других параметров получены в работах J. Kurzweil, Z. Vorel, М.Ф. Бокштейна, Н.Н. Петрова, Е.С. Жуковского и многих других авторов (см., [10, 11] и библиографию в этих работах). Задача о непрерывной зависимости от параметров решений дифференциальных включений и систем управления исследована В.И. Благодатским, А.Ф. Филипповым, А.И. Булгаковым (см., например, [12, 13]).

Отметим, что теорема 2.2 может иметь приложения, связанные с корректностью математических моделей реальных процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Булгаков А.И., Корчагина Е.В., Филиппова О.В.* Функционально-дифференциальные включения с импульсными воздействиями. Часть 1 // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2009. Т. 14. Вып. 6-2. С. 1275-1283.

2. *Булгаков А.И., Корчагина Е.В., Филиппова О.В.* Функционально-дифференциальные включения с импульсными воздействиями. Часть 2 // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2009. Т. 14. Вып. 6-2. С. 1284-1288.

3. *Булгаков А.И., Корчагина Е.В., Филиппова О.В.* Функционально-дифференциальные включения с импульсными воздействиями. Часть 3 // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2009. Т. 14. Вып. 6-2. С. 1289-1298.

4. *Булгаков А.И., Корчагина Е.В., Филиппова О.В.* Функционально-дифференциальные включения с импульсными воздействиями. Часть 4 // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2009. Т. 14. Вып. 6-2. С. 1299-1304.

5. *Булгаков А.И., Корчагина Е.В., Филиппова О.В.* Функционально-дифференциальные включения с импульсными воздействиями. Часть 5 // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2009. Т. 14. Вып. 6-2. С. 1305-1312.

6. *Булгаков А.И., Корчагина Е.В., Филиппова О.В.* Функционально-дифференциальные включения с импульсными воздействиями. Часть 6 // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2009. Т. 14. Вып. 6-2. С. 1313-1318.

7. *Plis A.* On trajectories of orientor fields // Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Math. 1965. Vol. 13. № 8. P. 571-573.

8. *Филиппов А.Ф.* Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Наука, 1985. 224 с.

9. *Борисович Ю.Г., Гельман Б.Д., Мышкис А.Д., Обуховский В.В.* Введение в теорию многозначных отображений и дифференциальных включений. М.: Книжный дом «Либроком», 2011. 226 с.

10. *Арутюнов А.В., Жуковский Е.С., Жуковский С.Е.* О корректности дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2011. Т. 47. № 11. С. 1523-1537.

11. *Жуковский Е.С.* Непрерывная зависимость от параметров решений уравнений Вольтерра // Математический сборник. 2006. Т. 197. № 10. С. 33-56.

12. *Благодатских В.И., Филиппов А.Ф.* Дифференциальные включения и оптимальное управление // Труды Математического института им. В.А. Стеклова АН СССР. 1985. Т. 169. С. 194-252.

13. *Булгаков А.И., Панасенко Е.А., Сергеева А.О.* О непрерывной зависимости множеств фазовых траекторий системы с фазовыми ограничениями по управлению от параметров // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2011. Т. 16. № 1. С. 55-57.

Поступила в редакцию 13 апреля 2018 г.
Прошла рецензирование 21 мая 2018 г.
Принята в печать 26 июня 2018 г.
Конфликт интересов отсутствует.

Филиппова Ольга Викторовна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры функционального анализа, e-mail: philippova.olga@rambler.ru

Шиндяпин Андрей Игоревич, Университет имени Эдуардо Мондлане, г.Мапуту, Мозамбик, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики и информатики, e-mail: andrei.olga@tvcabo.co.mz

Для цитирования: *Филиппова О.В., Шиндяпин А.И.* Некоторые свойства решений задачи Кошидля функционально-дифференциального включения с многозначными импульсными воздействиями // Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки. Тамбов, 2018. Т. 23. № 124. С. 805–812. DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-805-812

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-805-812

SOME PROPERTIES OF THE GENERALIZED SOLUTIONS OF AN INITIAL VALUE PROBLEM FOR FUNCTIONAL-DIFFERENTIAL INCLUSION WITH MULTIPLE-VALUED IMPULSES

O. V. Filippova[1), **A. I. Shindiapin**[2)]

[1)] Tambov State University named after G.R. Derzhavin
33 Internatsionalnaya St., Tambov 392000, Russian Federation
E-mail: philippova.olga@rambler.ru
[2)] Eduardo Mondlane University
Julius Nyerere Av., Maputo 3453, Mozambique
E-mail: andrei.olga@tvcabo.co.mz

Abstract. Deviation estimates in space of piecewise continuous functions of a set of the generalized decisions from beforehand given function are received. The continuous dependence of the generalized decisions on starting conditions is established.
Keywords: functional-differential inclusion; multiple-valued impulses; a-priori boundedness

REFERENCES

1. Bulgakov A.I., Korchagina E.V., Filippova O.V. Funktsional'no-differentsial'nyye vklyucheniya s impul'snymi vozdeystviyami. Chast' 1 [Functional-differential inclusions with impulses. Part 1]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2009, vol. 14, no. 6-2, pp. 1275-1283. (In Russian).

2. Bulgakov A.I., Korchagina E.V., Filippova O.V. Funktsional'no-differentsial'nyye vklyucheniya s impul'snymi vozdeystviyami. Chast' 2 [Functional-differential inclusions with impulses. Part 2]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2009, vol. 14, no. 6-2, pp. 1284-1288. (In Russian).

3. Bulgakov A.I., Korchagina E.V., Filippova O.V. Funktsional'no-differentsial'nyye vklyucheniya s impul'snymi vozdeystviyami. Chast' 3 [Functional-differential inclusions with impulses. Part 3]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2009, vol. 14, no. 6-2, pp. 1289-1298. (In Russian).

4. Bulgakov A.I., Korchagina E.V., Filippova O.V. Funktsional'no-differentsial'nyye vklyucheniya s impul'snymi vozdeystviyami. Chast' 4 [Functional-differential inclusions with impulses. Part 4]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2009, vol. 14, no. 6-2, pp. 1299-1304. (In Russian).

5. Bulgakov A.I., Korchagina E.V., Filippova O.V. Funktsional'no-differentsial'nyye vklyucheniya s impul'snymi vozdeystviyami. Chast' 5 [Functional-differential inclusions with impulses.

The work is partially supported by the Russian Fund for Basic Research (project № 18-31-00227; № 17-41-680975 p_a; № 16-01-00677A).

Part 5]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*|, 2009, vol. 14, no. 6-2, pp. 1305-1312. (In Russian).

6. Bulgakov A.I., Korchagina E.V., Filippova O.V. Funktsional'no-differentsial'nyye vklyucheniya s impul'snymi vozdeystviyami. Chast' 6 [Functional-differential inclusions with impulses. Part 6]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2009, vol. 14, no. 6-2, pp. 1313-1318. (In Russian).

7. Plis A. On trajectories of orientor fields. *Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Math.*, 1965, vol. 13, no. 8, pp. 571-573.

8. Filippov A.F. *Differentsial'nyye uravneniya s razryvnoy pravoy chast'yu* [Differential Equations with an Discontinuous Right Part]. Moscow, Nauka Publ., 1985, 224 p. (In Russian).

9. Borisovich J.G., Gelman B.D., Myshkis A.D., Obuhovskiy V.V. *Vvedeniye v teoriyu mnogoznachnykh otobrazheniy i differentsial'nykh vklyucheniy* [Introduction to the Theory of Multivalued Reflection and Differential Inclusion]. Moscow, Book House "Librokom" Publ., 2011, 226 p. (In Russian).

10. Arutyunov A.V., Zhukovskii E.S., Zhukovskii S.E. On the well-posedness of differential equations unsolved for the derivative. *Differential Equations*, 2011, vol. 47, no. 11, pp. 1541-1555.

11. Zhukovskii E.S. Nepreryvnaya zavisimost' ot parametrov resheniy uravneniy Vol'terra [The continuous dependence on parameters of solutions of the equations of Voltaire]. *Matematicheskiy sbornik – Sbornik: Mathematics*, 2006, vol. 197, no. 10, pp. 33-56. (In Russian).

12. Blagodatskikh V.I., Filippov A.F. Differentsial'nyye vklyucheniya i optimal'noye upravleniye [Differential inclusions and optimal control]. *Trudy Matematicheskogo instituta im. V.A. Steklova AN SSSR – Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics*, 1985, vol. 169, pp. 194-252. (In Russian).

13. Bulgakov A.I., Panasenko E.A., Sergeyeva A.O. O nepreryvnoy zavisimosti mnozhestv fazovykh trayektoriy sistemy s fazovymi ogranicheniyami po upravleniyu ot parametrov [On continuous dependence of sets of phase trajectories to a system with constrains by control on parameters]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2011, vol. 16, no. 1, pp. 55-57. (In Russian).

Received 13 April 2018
Reviewed 21 May 2018
Accepted for press 26 June 2018
There is no conflict of interests.

Filippova Olga Viktorovna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, the Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Functional Analysis Department, e-mail: philippova.olga@rambler.ru

Shindiapin Andrey Igorevich, Eduardo Mondlane University, Mozambique, Doctor of Physics and Mathematics, Professor of the Department of Mathematics and Computer Science, e-mail: andrei.olga@tvcabo.co.mz

For citation: Filippova O.V., Shindiapin A.I. Nekotoryie svoystva obobschennyih resheniy zadachi Koshi dlya funktsionalno-differentsialnogo vklyucheniya s mnogoznachnyimi impulsnyimi vozdeystviyami [Some properties of the generalized solutions of an initial value problem for functional-differential inclusion with multiple-valued impulses]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2018, vol. 23, no. 124, pp. 805–812. DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-805-812 (In Russian, Abstr. in Engl.).